

Aula 11

*Banco do Brasil - Matemática - 2023
(Pós-Edital)*

Autor:
**Equipe Exatas Estratégia
Concursos**



Índice

1) Conceito e Formas de Representação	3
2) Cálculo da Porcentagem de um Número	5
3) Transformação de uma Fração Ordinária em Taxa Percentual	16
4) Aumentos e Descontos Percentuais	22
5) Variação Percentual	30
6) Variação Acumulada	40
7) Questões Comentadas - Transformação de uma Fração Ordinária em Taxa Percentual - Cesgranrio	44
8) Questões Comentadas - Aumentos e Descontos Percentuais - Cesgranrio	48
9) Questões Comentadas - Variação Percentual - Cesgranrio	53
10) Questões Comentadas - Variação Acumulada - Cesgranrio	61
11) Lista de Questões - Cálculo da Porcentagem de um Número - Cesgranrio	64
12) Lista de Questões - Transformação de uma Fração Ordinária em Taxa Percentual - Cesgranrio	71
13) Lista de Questões - Aumentos e Descontos Percentuais - Cesgranrio	73
14) Lista de Questões - Variação Percentual - Cesgranrio	76
15) Lista de Questões - Variação Acumulada - Cesgranrio	80

CONCEITO

O termo "porcento" é derivado do latim *per centum*, que significa "por cem" ou "às centenas". Porcentagem, então, representa uma razão em que o denominador é igual a cem (100).



Porcentagem representa **uma razão** em que o denominador é **igual a 100**

Então, $k\%$ será igual a:

$$k\% = \frac{k}{100}$$

Vejamos alguns exemplos:

Exemplo 1:

$$15\% = \frac{15}{100} = 0,15$$

Exemplo 2:

$$36,3\% = \frac{36,3}{100} = 0,363$$

Exemplo 3:

$$100\% = \frac{100}{100} = 1$$

Exemplo 4:

$$235\% = \frac{235}{100} = 2,35$$

Veja que **nada impede que uma porcentagem tenha um resultado numérico maior que 1.**

Observe, nos exemplos acima, que podemos representar a Porcentagem em 3 tipologias diferentes. Veremos abaixo cada uma delas.

FORMAS DE REPRESENTAÇÃO

Iremos tomar como base o primeiro exemplo (15%) e analisar as formas em que podemos representá-lo.

Forma Percentual

É apresentada com o **símbolo** representativo da operação (%).

15%

Forma Fracionária

Nesta forma, iremos apresentar a porcentagem através de uma **fração com denominador 100**.

$$\frac{15}{100}$$

Forma Unitária

Representada por **números decimais**.

0,15

Perceba que a forma unitária nada mais é que o **resultado matemático da divisão da forma fracionária**. 15 divididos por 100, na forma unitária, é igual a 0,15.

Então, para passar da forma fracionária para a forma unitária, dividimos por 100, ou, em uma linguagem decimal, "andamos" duas casas para a esquerda.

CÁLCULO DA PORCENTAGEM DE UM NÚMERO

Para calcular a **Porcentagem de um valor**, multiplicamos a razão centesimal correspondente à Porcentagem por este valor. Vejamos alguns exemplos:



EXEMPLIFICANDO

Exemplo 1: 15% de 600.

$$\frac{15}{100} \times 600 = \frac{9.000}{100} = 90$$

Uma palavra muito importante que deve ser observada quando se resolve problemas envolvendo Porcentagem é a preposição "**de**". Isso porque, via de regra, esse termo nos indica uma **multiplicação**.



FIQUE ATENTO!

"de" → multiplicação

Então, 15% de 600, como vimos acima, é igual a fração 15/100 vezes 600.

Poderíamos resolver também, multiplicando diretamente a Porcentagem na forma unitária vezes o número.

$$0,15 \times 600 = 90$$



TOME NOTA!

Esta forma de resolução é mais utilizada na **Matemática Financeira**, pois nesta, a Taxa de Juros é inserida nas fórmulas na forma unitária. Todavia, em nada muda o resultado, uma vez que, como vimos, a forma unitária nada mais é que o resultado matemático da divisão da forma fracionária. 15 divididos por 100, na forma unitária, é igual a 0,15.

Exemplo 2: 18,5% de 300

$$\frac{18,5}{100} \times 300 = 55,5$$

Observe que simplificamos a fração e aceleramos os cálculos, assim como você fará na sua prova.

Exemplo 3: 252% de 75

$$\frac{252}{100} \times 75 = \frac{252 \times 3}{4} = \frac{756}{4} = 189$$

Vejamos algumas **questões de concursos** para praticarmos o cálculo da Porcentagem de um número.

Antes de iniciarmos as questões, esclareceremos um ponto.



Difícilmente, uma questão será direta perguntando o valor de uma porcentagem. A maioria das questões vai trazer o conceito de porcentagem dentro da solução dos problemas.

Vamos, nas questões abaixo, resolver algumas questões que trazem **não só o uso da porcentagem, mas também uma ideia por trás da resolução**. As questões irão aumentar de nível uma a uma e vamos comentar o passo a passo de cada para que você possa entender perfeitamente a mecânica de resolução.



(Pref. Novo Hamburgo - 2020 - Adaptada) É correto afirmar que:

- a) 0,89% de 400 é igual a 356.
- b) 1.700% de 18 é igual a 30.600.
- c) 0,018 é igual a 12% de 0,15.
- d) 95 é igual a 17% de 500.

Comentários:

Vamos resolver item a item. Questão bem interessante para gente treinar bem o conceito de porcentagem.

a) *0,89% de 400 é igual a 356.*

Observe que, apesar de estar com vírgulas (casas decimais), o valor nos é fornecido na forma percentual.

Então, o valor da letra a será igual a:

$$a = 0,89\% \times 400$$

$$a = \frac{0,89}{100} \times 400$$

$$a = 0,89 \times 4 \rightarrow \boxed{a = 3,56}$$

Nesse ponto que deve residir nossa atenção. Vejamos o resultado que ocorreria caso inseríssemos na fórmula a representação percentual.

$$a = 0,89 \times 400 \rightarrow \cancel{a = 356}$$

E assim, marcaríamos a letra a como gabarito, pois o resultado teria batido. Mas isto está **ERRADO**.

Friso, mais uma vez, que quando trabalhamos com porcentagem e/ou taxa, inserimos estes valores na forma fracionária (ou na forma unitária).

ITEM ERRADO

b) *1.700% de 18 é igual a 30.600.*

$$b = 1.700\% \times 18$$

$$b = 17 \times 18 \rightarrow \boxed{b = 306}$$

Observe que esta passagem (da linha 1 para a linha 2) é feita automaticamente pela sua cabeça. Na hora da prova, você não vai nem escrever a primeira linha. Sua cabeça vai pensar no modo automático que 1.700% é igual a 17 e vai inserir diretamente este valor na fórmula. Foi muito rápido? Vejamos o passo a passo.

$$b = 1.700\% \times 18$$

$$b = \frac{1.700}{100} \times 18$$

$$b = 17 \times 18 \rightarrow \boxed{b = 306}$$

ITEM ERRADO

c) 0,018 é igual a 12% de 0,15.

$$c = 12\% \times 0,15$$

$$c = \frac{12}{100} \times \frac{15}{100}$$

$$c = \frac{180}{10.000} \rightarrow \boxed{c = 0,018}$$

ITEM CERTO

d) 95 é igual a 17% de 500.

$$d = \frac{17}{100} \times 500 \rightarrow \boxed{d = 85}$$

ITEM ERRADO

Gabarito: Alternativa C

(Pref. de Porto de Moz / 2019) O Banco Popular paga uma taxa de juros de 0,38% ao mês para depósitos nas suas cadernetas de poupança. Marcelo tem uma caderneta de poupança no Banco Popular com um saldo R\$ 1.000,00 reais. Qual o valor de juros que foi creditado na sua conta de poupança no final de um mês?

- a) R\$ 38,00
- b) R\$ 380,00
- c) R\$ 0,38
- d) R\$ 3,80
- e) R\$ 4,20

Comentários:

Ao final de um mês será creditado 0,38% de 1.000 reais.

Perceba que, apesar de estar com vírgulas (casas decimais), o valor nos é fornecido na forma percentual. A banca forneceu uma porcentagem com casas decimais justamente para tentar confundir o candidato.

Então, será creditado o valor igual a:

$$\text{creditado} = \frac{0,38}{100} \times 1.000$$

$$\text{creditado} = 0,38 \times 10 \rightarrow \text{creditado} = 3,8$$

Gabarito: Alternativa **D**

(Pref. Curuá / 2020) A mensalidade de um curso de idiomas custa R\$ 250,00. Contudo, caso haja atraso no pagamento, é cobrada uma multa de 2% sobre o valor da mensalidade, acrescida de juros no valor de 0,5% do valor da mensalidade, por dia de atraso. Se uma pessoa fizer o pagamento com dez dias de atraso, deverá pagar o valor de

- a) R\$ 251,00
- b) R\$ 255,00
- c) R\$ 262,50
- d) R\$ 267,50

Comentários:

Se uma pessoa fizer o pagamento com dez dias de atraso, ela pagará a mensalidade mais a multa mais os Juros.

$$\text{pgto} = \text{mensalidade} + \text{multa} + \text{juros}$$

- **Multa**

É cobrada uma multa de **2% sobre o valor da mensalidade** de R\$ 250.

$$\text{multa} = \frac{2}{100} \times 250$$

$$\text{multa} = \frac{50}{10} \rightarrow \text{multa} = 5$$

- **Juros**

Juros no valor de **0,5% do valor da mensalidade, por dia de atraso (10 dias)**.

$$\text{Juros} = \frac{0,5}{100} \times 10 \times 250$$

$$Juros = 0,5 \times 25 \rightarrow \boxed{Juros = 12,5}$$

Logo, o pagamento será igual a:

$$pgto = mensalidade + multa + juros$$

$$pgto = 250 + 5 + 12,5 \rightarrow \boxed{pgto = 267,5}$$

Gabarito: Alternativa D

(Pref. Nova Itaberaba - 2021) Em certo evento, havia um público de 1.600 pessoas. Sabendo-se que 40% são homens e que 35% das mulheres presentes são casadas, ao todo, quantas mulheres casadas estão presentes nesse evento?

- a) 416
- b) 336
- c) 284
- d) 224
- e) 358

Comentários:

Em certo evento, havia um público de 1.600 pessoas. Sabe-se que **40% são homens**. Ou seja, **60% do público de 1.600 pessoas são mulheres**.

Sendo assim, o quantitativo de mulheres é igual a:

$$m = \frac{60}{100} \times 1.600 \rightarrow \boxed{m = 960}$$

35% das mulheres presentes são casadas.



Observe que o enunciado nos informa que **35% das mulheres são casadas** e não 35% do total. Atenção máxima ao comando da questão.

Calculamos que havia 960 mulheres presentes. Logo, o número de mulheres casadas ($m_{casadas}$) é igual a:

$$m_{casadas} = \frac{35}{100} \times m$$

$$m_{casadas} = \frac{35}{100} \times 960$$

$$m_{casadas} = \frac{3.360}{10} \rightarrow m_{casadas} = 336$$

Gabarito: Alternativa B

(CRECI RN - 2021) Uma mulher adquiriu um imóvel comercial por 400 mil reais, gastou 160 mil reais com reforma do prédio e o vendeu por 750 mil. Depois da venda, ela deverá calcular seu lucro deduzindo, do preço da venda, o preço de aquisição, o valor da reforma e a corretagem de 5% sobre o valor da venda.

Supondo que ela deve pagar 15% de imposto de renda sobre o lucro obtido na venda do imóvel, o valor do imposto devido é superior a R\$ 22,5 mil.

Comentários:

O lucro da operação, segundo o enunciado, será igual ao **preço da venda** deduzidos: o preço de aquisição, o valor da reforma e a corretagem de 5% sobre o valor da venda.

$$lucro = \$_{venda} - \$_{aquisição} - \$_{reforma} - corretagem$$

A mulher adquiriu um imóvel por 400 mil reais ($\$_{aquisição}$), gastou 160 mil reais com reforma ($\$_{reforma}$) do prédio e o vendeu por 750 mil ($\$_{venda}$). Já a corretagem é igual a 5% sobre o valor da venda. Vamos substituir os valores na fórmula acima e calcular o lucro.

$$lucro = \$_{venda} - \$_{aquisição} - \$_{reforma} - corretagem$$

$$lucro = 750 - 400 - 160 - \frac{5}{100} \times 750$$

$$lucro = 750 - 400 - 160 - 37,5 \rightarrow lucro = 152,5 \text{ mil}$$

A vendedora deve pagar **15% de imposto de renda IR sobre o lucro obtido** na venda do imóvel. Logo,

$$IR = \frac{15}{100} \times 152,5 \rightarrow IR = 22,875 \text{ mil}$$

Ou seja, o valor do imposto devido é **SUPERIOR** a R\$ 22,5 mil.

Gabarito: **CERTO**

(TJ SP - 2019) Após as filmagens, o tempo de duração de um filme era de 2 horas e 50 minutos. Os produtores queriam diminuir esse tempo em 20%, e o diretor achava que precisava aumentar esse tempo em 10%. A diferença de tempo da duração total do filme entre essas duas pretensões é de

- a) 30 minutos
- b) 58 minutos
- c) 45 minutos
- d) 63 minutos
- e) 51 minutos

Comentários:

Observe que todas as alternativas estão com a dimensão do tempo em "minutos". Então, o primeiro passo vai ser converter o tempo de horas e minutos para apenas minutos.

$$t = 2 \text{ horas e } 50 \text{ minutos}$$

Em 1h há 60 minutos. Logo, o tempo em minutos será igual a:

$$t = 2 \times 60 + 50$$

$$t = 120 + 50 \rightarrow \boxed{t = 170 \text{ minutos}}$$

Os produtores queriam diminuir esse tempo em 20%.

$$t_{\text{produtores}} = 170 - \frac{20}{100} \times 170$$

$$t_{\text{produtores}} = 170 - 34 \rightarrow \boxed{t_{\text{produtores}} = 136 \text{ minutos}}$$

O diretor achava que precisava aumentar esse tempo em 10%.

$$t_{\text{diretor}} = 170 + \frac{10}{100} \times 170$$

$$t_{\text{diretor}} = 170 + 17 \rightarrow \boxed{t_{\text{diretor}} = 187 \text{ minutos}}$$

Logo, a diferença de tempo da duração total do filme entre essas duas pretensões é de:

$$d = t_{\text{diretor}} - t_{\text{produtores}}$$

$$d = 187 - 136 \rightarrow \boxed{d = 51 \text{ minutos}}$$

Observe que poderíamos fazer direto esta diferença. Perceba que os produtores queriam diminuir o tempo em 20% e o diretor aumentar em 10%. Logo, a diferença seria de 30%, correto?

Sendo assim, a diferença calculada diretamente seria:

$$d = 30\% \text{ de } t$$

$$d = \frac{30}{100} \times t$$

$$d = \frac{30}{100} \times 170 \rightarrow d = 51 \text{ minutos}$$

Gabarito: Alternativa E

(PGE PE - 2019) No item seguinte apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, porcentagens e descontos.

Pedro aplicou 25% de suas reservas em um investimento financeiro e ainda sobraram R\$ 3.240. Nessa situação, antes da aplicação, as reservas de Pedro somavam R\$ 4.320.

Comentários:

Não sabemos qual o valor das reservas de Pedro. Vamos chamar este valor de x .

Pedro aplicou 25% de suas reservas (x) em um investimento e ainda sobraram R\$ 3.240. Matematicamente temos a seguinte equação:

$$x - \frac{25}{100} \times x = 3.240$$

Ou seja, **Pedro tinha uma reserva de x , aplicou 25% de x , ou seja, subtraiu-se 25%, e ficou com 3.240.** Vamos resolver a equação e calcular o valor de x .

$$x - \frac{x}{4} = 3.240$$

Multiplicando toda a equação por 4:

$$x - \frac{x}{4} = 3.240 \quad (\times 4)$$

$$4x - x = 12.960$$

$$3x = 12.960$$

$$x = \frac{12.960}{3} \rightarrow x = 4.320$$

Ou seja, nessa situação, antes da aplicação, as reservas de Pedro somavam R\$ 4.320.

Gabarito: **CERTO**

(PGE PE - 2019) No item seguinte apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, porcentagens e descontos.

O casal Rafael e Joana investe R\$ 2.000 todos os meses. Joana investe 50% a mais que Rafael e o valor investido por cada um corresponde a 25% dos seus respectivos salários líquidos. Nessa situação, o salário líquido de Rafael é de R\$ 3.200.

Comentários:

O casal Rafael e Joana investe R\$ 2.000 todos os meses e Joana investe 50% a mais que Rafael. Não sabemos quanto cada um investe, certo?

Vamos chamar o valor que Rafael investe de r e a quantia que Joana investe de j .

Joana investe 50% a mais que Rafael. Logo, Joana investe a quantia igual a:

$$j = r + \frac{50}{100} \times r$$

$$j = r + 0,5r \rightarrow \boxed{j = 1,5r}$$

Rafael e Joana investem R\$ 2.000. Então,

$$r + j = 2.000$$

Calculamos acima, o valor de j em função de r . Vamos substituir nesta equação e encontrar o valor investido por Rafael.

$$r + j = 2.000$$

$$r + 1,5r = 2.000$$

$$2,5r = 2.000$$

$$r = \frac{2.000}{2,5} \rightarrow \boxed{r = 800}$$

Então, Rafael investe o valor de R\$ 800. O enunciado nos informa que cada um investe o valor correspondente a 25% do respectivo salário.

Sendo assim, **25% do salário de Rafael (o que foi investido) será igual a R\$ 800.**

$$\frac{25}{100} \times S_r = 800$$

$$\frac{1}{4} \times S_r = 800$$

$$S_r = 800 \times 4 \rightarrow S_r = 3.200$$

Você pode também começar a **questão de trás para frente**, isto é, partindo do salário líquido fornecido pelo enunciado e constatar se a soma dos investimentos será igual a R\$2.000.

Supondo que o salário de Rafael seja igual a R\$ 3.200. Ele investe 25% deste valor.

$$r = \frac{25}{100} \times 3.200 \rightarrow r = 800$$

Joana investe 50% a mais que Rafael.

$$j = r + \frac{50}{100} \times r$$

$$j = 800 + \frac{50}{100} \times 800$$

$$j = 800 + 400 \rightarrow j = 1.200$$

Logo, os 2 juntos investem um total de:

$$total = r + j$$

$$total = 800 + 1.200 \rightarrow total = 2.000$$

Logo, constatamos que a soma dos investimentos é igual ao valor fornecido no enunciado.

Gabarito: **CERTO**

TRANSFORMAÇÃO DE UMA FRAÇÃO ORDINÁRIA EM TAXA PERCENTUAL

Para transformar uma fração em uma Taxa Percentual, **multiplicamos esta fração por 100** e assim, encontramos o resultado na **forma percentual**.

Exemplo 1: $\frac{4}{5}$ em termos percentuais será igual a:

$$\frac{4}{5}$$

Multiplicando a fração por 100.

$$\frac{4}{5} \times 100 = \frac{400}{5} = 80$$

Ou seja,

$$\frac{4}{5} = 80\%$$

Poderíamos também, chegar nesta mesma resposta, efetuando a divisão da fração e obtendo o resultado na forma decimal.

$$\frac{4}{5} = 0,8 = 80\%$$

Porém, acredito que é mais simples multiplicar a fração por 100 (de qualquer forma também multiplicamos por 100 acima).



Observe que, quando **multiplicamos a fração por 100**, o resultado será diretamente na **forma percentual**.

Exemplo 2: $\frac{7}{8}$ em termos percentuais será igual a:

$$\frac{7}{8} \times 100 = \frac{700}{8} = 87,5$$

Ou seja,

$$\frac{7}{8} = 87,5\%$$

Exemplo 3: 15/12 em termos percentuais será igual a:

$$\frac{15}{12} \times 100 = \frac{1.500}{12} = 125$$

Ou seja,

$$\frac{15}{12} = 125\%$$



(Pref. Cerquilha SP - 2019) Eliana fez uma avaliação física na academia, na qual foi apontado que seu peso atual é de 64 quilogramas. Sabendo-se que 16 quilogramas desse peso é gordura, a porcentagem de gordura de Eliana é de

- a) 20%
- b) 24%
- c) 25%
- d) 28%
- e) 30%

Comentários:

A porcentagem será igual ao valor do peso em gordura dividido pelo total do peso, isto é, a parte dividido pelo todo.

$$\frac{16}{64}$$

Antes de multiplicarmos por 100, podemos simplificar a fração. 64 é múltiplo de 16. Simplificando a fração (dividindo o numerador e o denominador por 16) teremos:

$$\frac{16}{64} = \frac{1}{4}$$

Multiplicando por 100 e calculando a porcentagem:

$$\frac{1}{4} \times 100 = \frac{100}{4} = 25$$

Ou seja,

$$\frac{16}{64} = 25\%$$

Gabarito: Alternativa **C**

(Pref. Cerquilho SP - 2019) Em um colégio, estudam 400 alunos, dos quais 60% estudam no período da manhã, e os demais, no período da tarde. Sabendo que 10% dos alunos do período da manhã e 5% dos alunos do período da tarde inscreveram-se em um torneio de xadrez, então, em relação ao número total de alunos desse colégio, aqueles que se inscreveram no torneio de xadrez representam

- a) 15%
- b) 12%
- c) 8%
- d) 5%
- e) 3%

Comentários:

Vamos por partes.

"Em um colégio, estudam 400 alunos, dos quais 60% estudam no período da manhã..."

Logo, o número de alunos m que estudam no período da manhã é igual a:

$$m = \frac{60}{100} \times 400 \rightarrow \boxed{m = 240}$$

"... e os demais, no período da tarde."

Do total dos 400 alunos, 240 estudam pela manhã e o restante de alunos estudam pela tarde.

Sendo assim, o número de alunos t que estudam no período da tarde será igual a:

$$t = 400 - 240 \rightarrow \boxed{t = 160}$$

"Sabendo que 10% dos alunos do período da manhã e 5% dos alunos do período da tarde inscreveram-se em um torneio de xadrez"

Vamos calcular o número de alunos do período da manhã que jogam xadrez.



Observe que são **10% dos alunos da manhã jogam xadrez** e não 10% do total. Sendo assim, do período da manhã, o total de alunos m_X que jogam xadrez será:

$$m_X = \frac{10}{100} \times 240 \rightarrow \boxed{m_X = 24}$$

E 5% dos alunos da tarde também jogam xadrez (t_X).

$$t_X = \frac{5}{100} \times 160$$

$$t_X = \frac{80}{10} \rightarrow \boxed{t_X = 8}$$

Logo, o número total de alunos x que jogam xadrez será igual ao somatório dos alunos da manhã que jogam xadrez mais o número de alunos da tarde que também jogam xadrez.

$$x = m_X + t_X$$

$$x = 24 + 8 \rightarrow \boxed{x = 32}$$

Ou seja, 32 alunos do colégio jogam xadrez.

"...então, em relação ao número total de alunos desse colégio, aqueles que se inscreveram no torneio de xadrez representam":

$$\frac{xadrez}{total} = \frac{32}{400}$$

Multiplicando a fração por 100 e calculando na **forma percentual** teremos:

$$\frac{32}{400} \times 100 = \frac{3.200}{400} = 8$$

Ou seja,

$$\frac{32}{400} = 8\%$$

Vamos resolver, agora, de uma maneira mais "avançada".

A banca nos questiona o valor da porcentagem dos alunos que jogam xadrez pelo total de alunos.

$$\frac{xadrez}{total}$$

Perceba que 10% dos 60% da manhã jogam xadrez e 5% dos 40% (100%-60%) da tarde também jogam. Logo:

$$\frac{xadrez}{total} = \frac{0,1 \times 0,6 + 0,05 \times 0,4}{1}$$

Interpretando a equação acima.

10% dos 60% da manhã mais os 5% dos 40% da tarde jogam xadrez. E o total dos alunos equivale a 100% (1).

Calculando a porcentagem teremos:

$$\frac{xadrez}{total} = \frac{0,1 \times 0,6 + 0,05 \times 0,4}{1} = \frac{0,06 + 0,02}{1} = 0,08$$

$$0,08 = 8\%$$

Gabarito: Alternativa C

(Pref. Campinas - 2019) Carlos tem três filhos, André, Mara e Joana, e seus gastos mensais com cada um deles são: um quinto de seu salário com André, dois sétimos com Mara, e três onze avos com Joana. Então, o total de gastos mensais de Carlos com seus três filhos corresponde, de seu salário, em termos percentuais, a aproximadamente

- a) 73%
- b) 70%
- c) 67%
- d) 76%
- e) 79%

Comentários:

O total de gastos mensais de Carlos com seus três filhos é igual a soma dos gastos com cada um dos filhos. Sendo assim, o total de gastos é igual a:

$$gastos = André + Mara + Joana$$

$$gastos = \frac{1}{5} + \frac{2}{7} + \frac{3}{11}$$

Para calcular os gastos totais, poderíamos tirar o MMC desta soma e calcular uma fração única.

Porém, para treinarmos o assunto da aula, vamos calcular a forma percentual de cada fração e, posteriormente, somar as porcentagens.

$$\frac{1}{5} \times 100 = \frac{100}{5} = 20$$

$$\frac{2}{7} \times 100 = \frac{200}{7} \cong 28,57$$

$$\frac{3}{11} \times 100 = \frac{300}{11} \cong 27,57$$

Lembrando que os resultados estão na forma percentual. Logo, o total percentual gasto por Carlos com seus filhos é igual a:

$$gastos = 20\% + 28,57\% + 27,57\% \rightarrow \textbf{gastos} \cong \textbf{76,14\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

AUMENTOS E DESCONTOS PERCENTUAIS



Imagine que uma mercadoria de valor R\$ 1.000,00 sofreu dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 9%, e depois um desconto de 17%.

Qual o valor final dessa mercadoria?

"Ah Professor. Ela sofreu um aumento de 8% e depois um de 9%, ou seja, ela sofreu um aumento total de 17% e depois um desconto de 17%. Então, o preço não se alterou".

Cuidado, caro Aluno. Este pensamento está **ERRADO**.

Iremos estudar abaixo as operações de **aumentos e descontos percentuais** e, posteriormente, voltaremos a este exemplo e calcularemos o valor final da mercadoria.

Aumento Percentual

Vejamos, com base no exemplo acima, o primeiro aumento do valor da mercadoria. Esta custava R\$ 1.000,00 e sofreu um aumento de 8%. Logo, seu valor será igual a:

$$v = 1.000 + \frac{8}{100} \times 1.000$$

Observe que o novo valor será igual ao valor inicial mais 8% deste valor inicial.

$$v = 1.000 + \frac{8}{100} \times 1.000$$

$$v = 1.000 + 80 \rightarrow v = \mathbf{1.080}$$

Ou seja, a mercadoria depois de um aumento de 8%, passou a custar R\$ 1.080,00.

Vamos voltar à equação inicial e observar algo interessante. Vimos que o valor v após o aumento será calculado pela seguinte fórmula:

$$v = 1.000 + i \times 1.000$$

Onde,

$i = \text{taxa de aumento}$

Vamos colocar o valor inicial da mercadoria em evidência.

$$v = 1.000 + i \times 1.000 \rightarrow v = 1.000 \times (1 + i)$$

Ou seja, quando desejamos calcular o valor após um aumento percentual, **multiplicamos este valor por $(1 + i)$** .



Aumento Percentual : $\times (1 + i)$

Então, calculando o valor da mercadoria após um aumento de 8% teremos:

$$v = 1.000 \times (1 + i)$$

$$v = 1.000 \times (1 + 0,08)$$

$$v = 1.000 \times 1,08 \rightarrow \boxed{v = 1.080}$$

Iremos calcular agora o valor da mercadoria após o segundo aumento. A mercadoria de valor inicial R\$ 1.000 sofre um aumento de 8% passando a custar R\$ 1.080 e agora, em cima desses R\$ 1.080, haverá um aumento de 7%.

Perceba que este segundo aumento incidirá sobre o valor de R\$ 1.080 e não sobre o valor de R\$ 1.000. Essa é a explicação de **não podermos calcular dois aumentos sucessivos somando um a um**. Devemos calcular o primeiro e o segundo (que incidirá sobre o valor calculado após o primeiro aumento).

Então, o valor após o aumento de 9% será:

$$v = 1.080 + \frac{9}{100} \times 1.080$$

$$v = 1.080 + 97,2 \rightarrow \boxed{v = 1.177,20}$$

Poderíamos calcular também pela multiplicação por $(1 + i)$, conforme vimos acima.

$$v = 1.080 \times (1 + 0,09)$$

$$v = 1.080 \times 1,09 \rightarrow v = \mathbf{1.177,20}$$

Perceba que, após dois aumentos sucessivos (o primeiro de 8% e o segundo de 9%) o valor da mercadoria será de R\$ 1.177,20.

Se fôssemos calcular apenas somando um aumento com o outro ($8\% + 9\% = 17\%$) o valor final seria R\$ 1.170,00 e a conta estaria **errada**.



Na hora da prova, vamos agilizar estes cálculos. Observe.

Uma mercadoria de valor R\$ 1.000,00 sofreu dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 9% resultando em um valor igual a:

$$v = 1.000 \times (1 + 0,08) \times (1 + 0,09)$$

Estudamos acima que, para facilitar as contas, **multiplicamos o valor inicial pelo fator $(1 + i)$ quando se tratar de aumento percentual**. Então, podemos expandir a fórmula para quando temos aumentos sucessivos.

Ou seja, para calcular o valor final após os dois aumentos, multiplicamos o valor inicial diretamente por $(1 + i_1)$ e $(1 + i_2)$.

$$v = 1.000 \times (1 + i_1) \times (1 + i_2)$$

$$v = 1.000 \times (1 + 0,08) \times (1 + 0,09)$$

$$v = 1.000 \times 1,08 \times 1,09 \rightarrow v = \mathbf{1.177,20}$$



Aumentos Percentuais Sucessivos : $\times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 + i_3) \times \dots \times (1 + i_n)$

Desconto Percentual

Antes de continuarmos o exemplo acima, vamos imaginar que ao invés de um aumento inicial de 8%, a mercadoria teve um desconto de 8%. Qual seria o valor após esse desconto?

$$v = 1.000 - \frac{8}{100} \times 1.000$$

Observe que o valor será igual ao valor inicial menos 8% deste valor inicial.

$$v = 1.000 - \frac{8}{100} \times 1.000$$

$$v = 1.000 - 80 \rightarrow v = 920$$

Ou seja, a mercadoria depois de um desconto de 8%, teria passado a custar R\$ 920,00.

Vamos, na mesma linha de raciocínio do aumento percentual, colocar o valor inicial em evidência.

$$v = 1.000 - i \times 1.000 \rightarrow v = 1.000 \times (1 - i)$$

Onde,

$i = \text{taxa de desconto}$

Ou seja, quando desejamos calcular o valor após um desconto percentual, multiplicamos este valor por $(1 - i)$.



Desconto Percentual : $\times (1 - i)$

Voltemos ao exemplo.

Uma mercadoria de valor R\$ 1.000,00 sofreu dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 9%, passando a custar, como vimos, R\$ 1.177,20. Posteriormente, houve um desconto de 17%.

Então, após esse **desconto** a mercadoria passará a custar:

$$v = 1.177,20 - \frac{17}{100} \times 1.177,20$$

$$v = 1.177,20 - 200,12 \rightarrow \boxed{v = 977,08}$$

Ou, poderíamos resolver **diretamente pela multiplicação do valor por $(1 - i)$** .

$$v = 1.177,20 \times (1 - 0,17)$$

$$v = 1.177,20 \times 0,83 \rightarrow \boxed{v = 977,08}$$

Ou seja, o valor final da mercadoria após dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 9%, e depois um desconto de 17% é igual a R\$ 977,08.

Assim como tivemos os aumentos sucessivos, podemos também ter os descontos sucessivos.



Descontos Percentuais Sucessivos : $\times (1 - i_1) \times (1 - i_2) \times (1 - i_3) \times \dots \times (1 - i_n)$



É claro que na hora da prova você **não vai calcular passo a passo do jeito explicado acima**. Esta resolução foi apenas para você **entender o conceito**.

Vejamos como resolveríamos na hora da prova.

Qual o valor final de uma mercadoria de valor inicial R\$ 1.000,00 que sofreu dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 9%, e depois um desconto de 17%.

Vamos aplicar diretamente a multiplicação pelo fator $\times (1 + i)$ quando se tratar de **aumento** e pelo fator $\times (1 - i)$ quando estivermos diante de um **desconto**. Então o valor final será:

$$v = 1.000 \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 - i_3)$$

Ou seja, quando tivermos aumentos ou descontos sucessivos, basta multiplicarmos o valor inicial por cada **fator multiplicativo**.

Observe que temos 2 aumentos e 1 desconto.

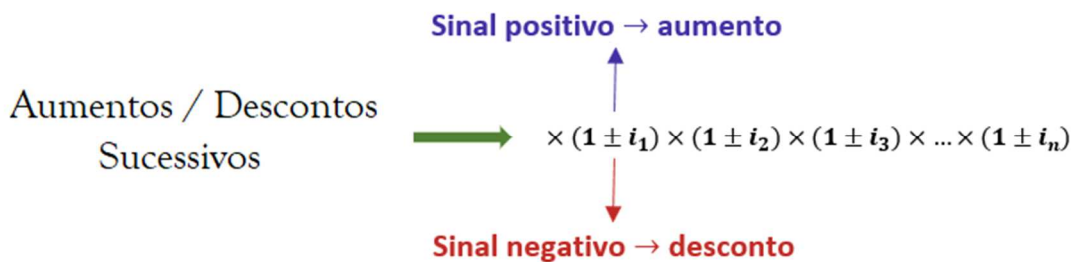
$$v = 1.000 \times (1 + 0,08) \times (1 + 0,09) \times (1 - 0,17)$$

$$v = 1.000 \times 1,08 \times 1,09 \times 0,83 \rightarrow \boxed{v = 977,08}$$

Dessa maneira que resolveremos nossas questões.



ESQUEMATIZANDO



Antes de praticarmos esta equação com alguns exemplos, vamos a uma observação bem importante.



FIQUE ATENTO!

Um aumento de $i\%$ e depois um desconto de $i\%$ **não resulta no valor inicial**

Vamos praticar aumentos e descontos sucessivos com alguns exemplos para você entender por completo a mecânica de resolução (e constatará que é mais fácil do que parece).



EXEMPLIFICANDO

Tome como base uma **mercadoria de valor igual a R\$ 100,00** e calcule o valor final em cada exemplo (os exemplos são independentes).

Exemplo 1: Aumento de 15%

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,15)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,15 \rightarrow v_{final} = 115$$

Exemplo 2: Um aumento de 10% seguido de outro aumento de 10%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,1) \times (1 + 0,1)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,1 \times 1,1 \rightarrow v_{final} = 121$$

Exemplo 3: Um aumento de 10% seguido de outro aumento de 11% e um terceiro aumento de 12%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 + i_3)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,1) \times (1 + 0,11) \times (1 + 0,12)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,1 \times 1,11 \times 1,12 \rightarrow v_{final} = 139,22$$

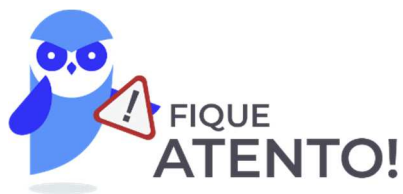
Exemplo 4: Um aumento de 10% seguido de um desconto de 10%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,1) \times (1 - 0,1)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,1 \times 0,9 \rightarrow v_{final} = 99$$

Observe então, conforme falamos, que aumento de $i\%$ e depois um desconto de $i\%$ não resultam no valor inicial de R\$ 100,00.



Um aumento de $i\%$ e depois um desconto de $i\%$ **não resulta no valor inicial**

Exemplo 5: Um desconto de 15% seguido de outro desconto de 6%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 - i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 - 0,15) \times (1 - 0,06)$$

$$v_{final} = 100 \times 0,85 \times 0,94 \rightarrow v_{final} = 79,9$$

Exemplo 6: Dois aumentos sucessivos de 20% e dois descontos sucessivos de 20%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 - i_3) \times (1 - i_4)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,2) \times (1 + 0,2) \times (1 - 0,2) \times (1 - 0,2)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,2 \times 1,2 \times 0,8 \times 0,8 \rightarrow v_{final} = 92,16$$

VARIAÇÃO PERCENTUAL



Aprendemos, acima, como calcular o valor final após uma sequência de aumentos e descontos. Vamos, agora, aprender a calcular a variação percentual do valor final em relação ao valor inicial.

A **Variação Percentual** é dada pela seguinte fórmula:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

Vamos tomar como base o Exemplo 3 e calcular a variação percentual deste exemplo.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{139,22 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = 39,2$$

Ou seja, um aumento de 10% seguido de outro aumento de 11% e um terceiro aumento de 12% é equivalente a único aumento de 39,2%.

“Entendi professor. Mas nesse caso, nem precisa fazer a conta. Saiu de 100 e foi para 139,2. Variou 39,2%.”

Perfeito seu pensamento, caro Aluno. Mas, a conta foi relativamente simples porque o valor inicial foi igual a 100. Vamos ver um exemplo abaixo.

Exemplo 7: Uma mercadoria de valor R\$ 195,00 sofreu 3 reajustes: Um aumento de 10%, outro aumento de 10% e, por fim, um desconto de 7%. Qual foi o valor final e a variação percentual desta operação?

Primeiramente, vamos calcular o **valor final** da mercadoria após as três operações.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 - i_3)$$

$$v_{final} = 195 \times (1 + 0,1) \times (1 + 0,1) \times (1 - 0,07)$$

$$v_{final} = 195 \times 1,1 \times 1,1 \times 0,93 \rightarrow v_{final} = 219,43$$

Perceba que, neste exemplo, seria praticamente impossível encontramos a variação percentual de cabeça, uma vez que os valores não são “redondos” iguais no exemplo acima.

A **Variação Percentual** do exemplo 7 será igual a:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{219,43 - 195}{195} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{24,43}{195} \times 100 \rightarrow \Delta\% \cong 12,53$$

Ou seja, um aumento de 10% seguido de outro aumento de 10% e, por fim, um desconto de 7% é equivalente a um único aumento de 12,53%.

E nada impede que a Variação Percentual seja negativa. Vejamos o **Exemplo 6**. Vamos calcular a Variação Percentual deste Exemplo.

$$\Delta\% = \frac{92,16 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = -7,84$$

Então, dois aumentos sucessivos de 20% e dois descontos sucessivos de 20% é equivalente a um único desconto de 7,84%.

Vejamos algumas questões de concurso sobre o assunto.



(TJ SP – 2019) Sobre o preço P de venda de determinado produto, aplicou-se um aumento de 15% e, sobre o novo preço de venda do produto, aplicou-se, dias depois, um desconto de 10%. Após essas duas mudanças, comparado ao preço P, o preço final de venda do produto aumentou:

- a) 3,0%
- b) 5,0%
- c) 4,5%
- d) 4,0%
- e) 3,5%

Comentários:

Em questões deste tipo, em que não é informado o valor do preço, podemos **arbitrar** um valor inicial e trabalhar em cima dele ou resolver com base na **incógnita** mesmo. Vejamos os dois modos.

- **Com base na incógnita**

Um produto de Preço P sofreu um aumento de 15% e, posteriormente, um desconto de 10%. Logo, o preço final após estas operações será igual a:

$$P_{final} = P \times (1 + i_1) \times (1 - i_2)$$

Lembrando que, para aumento percentual multiplicamos por $(1 + i)$ e, para desconto percentual multiplicamos por $(1 - i)$.

$$P_{final} = P \times (1 + 0,15) \times (1 - 0,1)$$

$$P_{final} = P \times 1,15 \times 0,9 \rightarrow P_{final} = 1,035P$$

Logo, comparado ao preço P , o preço final de venda do produto **aumentou** 0,035 ou 3,5%.

- **Arbitrando um valor para o produto**

Podemos arbitrar um valor de 100 para o produto para facilitar as contas. Um produto de Preço 100 sofreu um aumento de 15% e, posteriormente, um desconto de 10%. Logo, o preço final após estas operações será igual a:

$$P_{final} = P \times (1 + i_1) \times (1 - i_2)$$

$$P_{final} = 100 \times (1 + 0,15) \times (1 - 0,1)$$

$$P_{final} = 100 \times 1,15 \times 0,9 \rightarrow P_{final} = 103,5$$

Ou seja, em relação ao preço inicial, o preço final de venda do produto aumentou 3,5 de 100, ou seja, 3,5%.

Lembrando que essa Variação Percentual foi facilmente calculada porque o preço inicial era 100. Porém, a “maneira completa” de se calcular é pela fórmula da Variação Percentual.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{103,5 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = 3,5$$

(MPE RJ – 2019) Ernesto foi promovido e seu salário aumentou 40%, passando a ser de R\$3.500,00.

O salário de Ernesto antes da promoção era de:

- a) R\$ 1.900,00
- b) R\$ 2.100,00
- c) R\$ 2.400,00
- d) R\$ 2.500,00
- e) R\$ 2.800,00

Comentários:

Vamos chamar o salário de Ernesto antes da promoção de S . Ernesto foi promovido e seu salário aumentou 40%, passando a ser de R\$3.500,00. Então:

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i)$$

$$3.500 = S \times (1 + 0,4)$$

Observe que neste caso, o valor final é o salário após o reajuste, isto é, R\$ 3.500,00.

$$3.500 = S \times 1,4$$

$$S = \frac{3.500}{1,4} \rightarrow S = 2.500$$

Gabarito: Alternativa **D**

(PGE PE -2019) No item seguinte apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, porcentagens e descontos.

Uma loja vende determinado produto em promoção com 15% de desconto sobre o preço de venda. Mário comprou o produto e, por ter pagado à vista, ganhou mais 10% de desconto sobre o preço do produto na promoção. Nessa situação, o desconto total concedido a Mário foi de 25% sobre o preço de venda.

Comentários:

Pelo que vimos na teoria, já sabemos que a questão está errada. Dois descontos sucessivos, um de 15% e outro de 10%, NÃO corresponde a um desconto de 25%.



Um aumento de $i\%$ e depois um desconto de $i\%$ **não resulta no valor inicial**

Vejamos.

Vamos arbitrar um valor de 100 para este produto. O valor final após os descontos será igual a:

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 - i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 - 0,15) \times (1 - 0,1)$$

$$v_{final} = 100 \times 0,85 \times 0,9 \rightarrow v_{final} = 76,5$$

Ou seja, comparado ao preço inicial de 100, o desconto total foi de:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{76,5 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = -23,5$$

Então, nessa situação, o desconto total concedido a Mário foi de 23,5% sobre o preço de venda.

Dois descontos sucessivos, um de 15% e outro de 10% equivale a um desconto total de 23,5%.

Gabarito: **ERRADO**

(PGE PE -2019) Julgue o item seguinte, relativo a juros, taxas de juros e rendas uniformes e variáveis.

Se o preço inicial de um produto for corrigido anualmente em 30% de seu valor vigente, então, após dois anos, o preço do produto terá correção de 69% sobre o seu valor inicial.

Comentários:

O valor final do produto após dois reajustes anuais de 30% será igual a:

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2)$$

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + 0,3) \times (1 + 0,3)$$

$$v_{final} = v_{inicial} \times 1,3 \times 1,3 \rightarrow v_{final} = 1,69v_{inicial}$$

Ou seja, se o preço inicial de um produto for corrigido anualmente em 30% de seu valor vigente, então, após dois anos, o preço do produto terá correção de 69% sobre o seu valor inicial. Logo, a assertiva está **CORRETA**.

Poderíamos, para completar a resolução, calcular a Variação Percentual desta operação e constatar que foi de 69%. Vamos aplicar a fórmula da Variação Percentual e calcular seu valor.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

Calculamos que: $v_{final} = 1,69v_{inicial}$. Substituindo na equação acima:

$$\Delta\% = \frac{1,69v_{inicial} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{0,69v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100 \rightarrow \Delta\% = 69$$

Obs: Você poderia resolver também arbitrando o valor do preço inicial (R\$ 100,00). E assim, calcular o valor final que seria R\$ 169,00 e constatar que o preço do produto teria correção de 69% sobre o seu valor inicial.

Gabarito: **CERTO**

(AGU / 2019) Após as vendas natalinas, uma loja entrou em promoção oferecendo um desconto de 40% em qualquer produto da loja. Após uma semana de promoção, o gerente resolveu oferecer mais 30% de desconto nos produtos que ainda não haviam sido vendidos. Os dois descontos consecutivos equivalem a um desconto único de

- a) 12%
- b) 42%
- c) 58%
- d) 70%
- e) 88%

Comentários:

Vamos, nesta questão, arbitrar um valor de R\$ 100,00 para o produto, uma vez que a questão não nos fornece valores (nem final nem inicial).

O produto sofre dois descontos sucessivos, o primeiro de 40% e o segundo de 30%. Sendo assim, seu preço final será igual a:

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 - i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 - 0,4) \times (1 - 0,3)$$

$$v_{final} = 100 \times 0,6 \times 0,7 \rightarrow v_{final} = 42$$

Cuidado para não marcar a Alternativa B. O preço final é R\$ 42,00. Todavia a banca nos questiona o valor da Variação Percentual.

Iremos aplicar a fórmula da Variação Percentual e calcular seu valor:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{42 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = -58\%$$

Ou seja, os dois descontos consecutivos (um de 40% e outro de 30%) equivalem a um desconto único de 58%.

Gabarito: Alternativa C

(PETROBRAS – 2018) Uma determinada empresa vem adotando uma política de reajustes de preços, de modo que o preço de seu principal produto sofreu um reajuste de 10% em Set/2017. Em outubro do mesmo ano, o produto sofreu novo reajuste, agora de 5% sobre o valor do mês anterior e, um mês depois, um terceiro reajuste de 6% foi aplicado sobre o preço de outubro, de modo que os três reajustes foram sucessivos.

A variação percentual acumulada nesse período, considerando exatamente os três reajustes apresentados, é superior a 22,5%.

Comentários:

Podemos, conforme já estudamos nas questões acima, trabalhar com a incógnita P para o preço ou arbitrar um valor (geralmente usamos R\$ 100,00 para facilitar as contas), uma vez que a banca não fornece nem o valor inicial nem o valor final do produto.

Vamos abitar o valor de R\$ 100,00 para o produto e calcular o preço final após os três aumentos sucessivos.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 + i_3)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,1) \times (1 + 0,05) \times (1 + 0,06)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,1 \times 1,05 \times 1,06 \rightarrow v_{final} = 122,43$$

Como o valor inicial arbitrado é 100, constatamos (sem precisar de conta) que a Variação Percentual é igual a 22,43% e assim, a assertiva está **ERRADA**.

Para calcularmos a Variação Percentual utilizamos a fórmula seguinte:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{122,43 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = 22,43$$

Gabarito: **ERRADO**

(ACS – 2019) Mesmo com o aumento da frota de veículos no Estado ao longo do tempo, a Cetesb verificou uma melhora na qualidade do ar. Na Região Metropolitana, a quantidade média de partículas inaláveis caiu de 54 microgramas/m³, em 2000, para 29 microgramas/m³, em 2018.

Nesse caso, a redução da quantidade média de partículas inaláveis, por m³, foi de, aproximadamente, 46%.

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula da Variação Percentual e calcular quanto percentualmente variou a quantidade média de partículas.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

O enunciado nos informa que a quantidade média de partículas inaláveis caiu de 54 microgramas/m³, em 2000, para 29 microgramas/m³, em 2018. Substituindo os valores teremos:

$$\Delta\% = \frac{29 - 54}{54} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{-25}{54} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{-2.500}{54} \rightarrow \Delta\% \cong 46,3$$

Gabarito: **CERTO**

(ISS Francisco Morato – 2019) Estela tem 76% da quantia necessária para a compra de um pacote turístico. Em uma promoção, esse pacote foi oferecido com 30% de desconto, e, dessa maneira, a quantia que Estela possui é suficiente para comprar o pacote e ainda sobrar R\$ 426,00. O preço desse pacote, sem o desconto, está entre

- a) R\$ 6.500,00 e R\$ 7.000,00.
- b) R\$ 7.000,00 e R\$ 7.500,00.
- c) R\$ 8.000,00 e R\$ 8.500,00.
- d) R\$ 9.000,00 e R\$ 9.500,00.
- e) R\$ 10.000,00 e R\$ 10.500,00.

Comentários:

Vamos chamar o preço do pacote de P e o valor que Estela tem de E .

Estela tem 76% da quantia necessária para a compra de um pacote turístico. Algebricamente teremos a seguinte relação:

$$E = \frac{76}{100} \times P \rightarrow E = 0,76P$$

Em uma promoção, esse pacote foi oferecido com 30% de desconto, e, dessa maneira, a quantia que Estela possui é suficiente para comprar o pacote e ainda sobrar R\$ 426,00.

Acredito que a parte mais **complicada** da questão é transformar essa oração em uma equação. Vamos lá:

$$E = \left(P - \frac{30}{100} \times P \right) + 426$$

Observe. **O valor E que Estela tem é igual ao valor para ela comprar o produto com 30% de desconto e ainda sobrar os R\$ 426,00.**

Cuidado para não colocar a soma dos R\$ 426,00 do lado esquerda da equação.

Suponha que você tem 100 reais. Nesse caso você conseguiria comprar um produto de 90 reais com 20% de desconto e ainda sobrar 28 reais. Vejamos como ficaria a equação:

$$100 = \left(90 - \frac{20}{100} \times 90 \right) + 28$$

$$100 = (90 - 18) + 28$$

$$100 = 72 + 28$$

$$100 = 100$$

Percebeu? Então, voltando na equação:

$$E = \left(P - \frac{30}{100} \times P \right) + 426$$

O Valor E é suficiente para comprar o produto com 30% de desconto e ainda sobrar R\$ 426,00.

No início da resolução constatamos que: $E = 0,76P$. Vamos substituir o valor na equação acima e calcular o preço P do pacote.

$$E = \left(P - \frac{30}{100} \times P \right) + 426$$

$$0,76P = (P - 0,3P) + 426$$

$$0,76P = 0,7P + 426$$

$$0,76P - 0,7P = 426$$

$$0,06P = 426$$

$$P = \frac{426}{0,06} \rightarrow \textbf{P = 7.100}$$

Uma maneira mais fácil de resolver seria pensar da seguinte forma: Estela tinha 76% do valor de P e, posteriormente, o valor caiu para 70% sobrando R\$ 426,00. Ou seja, os R\$ 426,00 correspondem a 6% de P .

$$426 = \frac{6}{100} \times P$$

$$P = \frac{42.600}{6} \rightarrow \textbf{P = 7.100}$$

Gabarito: Alternativa **B**

VARIAÇÃO ACUMULADA

Conforme estudamos acima, podemos calcular a variação percentual acumulada, após uma série de descontos/aumentos, arbitrando um valor de 100, por exemplo, para o valor inicial e assim calcular o valor final e, posteriormente, a variação percentual.

Outra forma de se calcular (que na teoria é o mesmo “caminho”) é pela seguinte expressão:

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = \times (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3) \times \dots \times (1 \pm i_n)$$

Então, vamos tomar como base o exercício resolvido da Petrobras para constatar essa veracidade.

(PETROBRAS – 2018) Uma determinada empresa vem adotando uma política de reajustes de preços, de modo que o preço de seu principal produto sofreu um reajuste de 10% em Set/2017. Em outubro do mesmo ano, o produto sofreu novo reajuste, agora de 5% sobre o valor do mês anterior e, um mês depois, um terceiro reajuste de 6% foi aplicado sobre o preço de outubro, de modo que os três reajustes foram sucessivos.

A variação percentual acumulada nesse período, considerando exatamente os três reajustes apresentados, é superior a 22,5%.

Comentários:

Resolvemos acima arbitrando um valor de 100 para o valor inicial e depois, de posse do valor final, calculamos a variação percentual.

Vamos resolver agora aplicando diretamente a fórmula acima.

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3) \times \dots \times (1 \pm i_n)$$

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = (1 + 0,1) \times (1 + 0,05) \times (1 + 0,06)$$

Observe que os três ajustes são “aumentos percentuais”. Logo, o sinal na fórmula é positivo (+).

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = 1,1 \times 1,05 \times 1,06$$

$$1 + i_{\text{acumulada}} = 1,2243$$

$$i_{\text{acumulada}} = 1,2243 - 1 \rightarrow i_{\text{acumulada}} = 0,2243 \text{ ou } 22,43\%$$

Gabarito: **ERRADO**

RESUMO DA AULA

Conceito

O termo "porcento" é derivado do latim *per centum*, que significa "por cem" ou "às centenas". Porcentagem, então, representa uma razão em que o denominador é igual a cem (100).



Porcentagem representa **uma razão** em que o denominador é **igual a 100**

Então, $k\%$ será igual a:

$$k\% = \frac{k}{100}$$

Cálculo da Porcentagem de um número

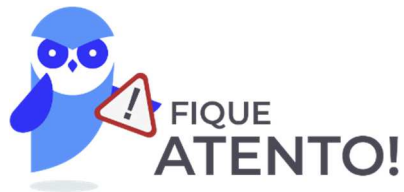
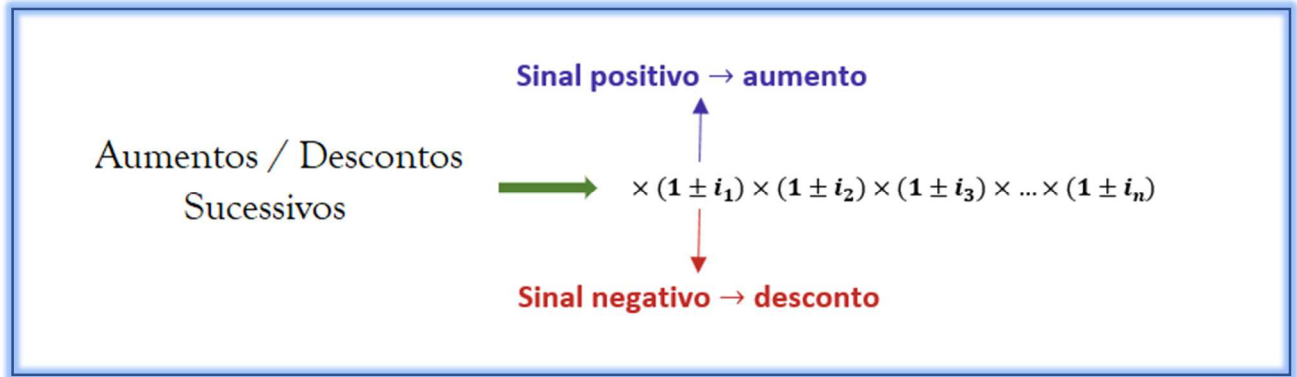
Para calcular a Porcentagem de um valor, **multiplicamos a razão centesimal correspondente à Porcentagem por este valor.**

Uma palavra muito importante que deve ser observada quando se resolve problemas envolvendo Porcentagem é a preposição "**de**". Isso porque, via de regra, esse termo nos indica uma **multiplicação**.



"de" → multiplicação

Aumentos e Descontos Percentuais



Um aumento de $i\%$ e depois um desconto de $i\%$ **não resulta no valor inicial**

Variação Percentual



A **Variação Percentual** é dada pela seguinte fórmula:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

Variação Acumulada

$$(1 + i_{acumulada}) = \times (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3) \times \dots \times (1 \pm i_n)$$

QUESTÕES COMENTADAS – CESGRANRIO

Transformação de uma Fração Ordinária em Taxa Percentual

1. (CESGRANRIO / BB - 2018) O dono de uma loja deu um desconto de 20% sobre o preço de venda (preço original) de um de seus produtos e, ainda assim, obteve um lucro de 4% sobre o preço de custo desse produto.

Se vendesse pelo preço original, qual seria o lucro obtido sobre o preço de custo?

- a) 40%
- b) 30%
- c) 10%
- d) 20%
- e) 25%

Comentários:



Vamos arbitrar o valor de 100 reais para o Preço de Venda, a fim de facilitar nossos cálculos.

O dono de uma loja deu um **desconto de 20% sobre o preço de venda** (saindo a 80 reais) e, ainda assim, obteve um lucro de 4% sobre o preço de custo.

Vejamos matematicamente:

$$PC + \frac{4}{100} \times PC = 80$$

Ou seja, o Preço de Custo mais um lucro de 4% em cima do Preço de Custo é igual ao valor que foi vendido, isto é, 80 reais (que equivale ao valor que arbitramos de 100 menos 20%).

Irmeos resolver a equação acima e calcular o Preço de Custo.

$$PC + \frac{4}{100} \times PC = 80$$

$$PC + 0,04 \times PC = 80$$

$$1,04 \times PC = 80$$

$$PC = \frac{80}{1,04} \rightarrow \boxed{PC = 76,9}$$

Então, o Preço de Custo é de 76,9 reais.

A banca quer saber qual o lucro obtido sobre o preço de custo caso o dono vendesse pelo preço original (que arbitramos a um valor de 100).

$$PC + i \times PC = 100$$

Então temos: **O Preço de Custo mais $i\%$ de lucro sobre o Preço de Custo é igual ao valor original.** Vamos substituir o PC que calculamos acima e encontrar o valor do lucro pedido.

$$PC + i \times PC = 100$$

$$76,9 + i \times 76,9 = 100$$

$$i \times 76,9 = 100 - 76,9$$

$$i \times 76,9 = 23,1$$

$$i = \frac{23,1}{76,9}$$

Vamos multiplicar por 100 para encontrar a resposta diretamente na forma percentual.

$$i = \frac{23,1}{76,9} \times 100$$

$$i = \frac{2.310}{76,9} \rightarrow \boxed{i = 30\%}$$

Gabarito: Alternativa **B**

2. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Num laboratório de testes de combustível, uma mistura de X gramas a $y\%$ de álcool significa que $y\%$ dos X gramas da mistura é de álcool, e o restante, de gasolina. Um engenheiro está trabalhando com 3 misturas:

- Mistura A: 40g a 10% de álcool

- Mistura B: 50g a 20% de álcool
- Mistura C: 50g a 30% de álcool

Usando porções dessas misturas, ele elabora uma mistura de 60g a 25% de álcool, e o restante das misturas ele junta em um frasco.

A taxa percentual de álcool da mistura formada no frasco onde ele despejou os restos é de

- a) 16,5%
- b) 17,5%
- c) 18%
- d) 22,5%
- e) 25%

Comentários:

As 3 misturas apresentam um Peso P total de:

$$P = 40 + 50 + 50 \rightarrow \boxed{P = 140g}$$

Vamos calcular o quanto de álcool A tem no total das 3 misturas.

$$A = \frac{10}{100} \times 40 + \frac{20}{100} \times 50 + \frac{30}{100} \times 50$$

$$A = 4 + 10 + 15 \rightarrow \boxed{A = 29g}$$

Ou seja, dos 140g totais, 29g são referentes a álcool.

Usando porções dessas misturas, um engenheiro elabora uma mistura de 60g a 25% de álcool, e o restante das misturas ele junta em um frasco. Vamos calcular quanto de álcool tem nessa mistura.

$$a = \frac{25}{100} \times 60 \rightarrow a = 15$$

Observe então, que inicialmente, na soma das três misturas, tínhamos 140g total e 29g de álcool.

Nesta mistura acima, o engenheiro usou 60g do total de 140g e 15g de álcool do total de 29g. O restante ele misturou em um frasco.

Ora, se ele usou 60g do total de 140g, restaram um total de 80g. E se ele usou 15g de álcool do total de 29g, é porque ainda restaram 14g de álcool.

Então, a taxa percentual de álcool da mistura formada no frasco onde ele despejou os restos é de:

$$\% = \frac{14}{80}$$

Multiplicamos por 100 para achar o resultado já na forma percentual.

$$\% = \frac{14}{80} \times 100$$

$$\% = \frac{140}{8} \rightarrow \% = \mathbf{17,5\%}$$

Gabarito: Alternativa **B**

QUESTÕES COMENTADAS – CESGRANRIO

Aumentos e Descontos Percentuais

1. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Num curso de utilização de um software que edita imagens, todos os alunos abrem uma mesma imagem, e o professor pede que apliquem uma ampliação de 25% como primeiro exercício. Como o resultado não foi o satisfatório, o professor pediu que todos aplicassem uma redução de 20% na imagem ampliada. Como Aldo tinha certa experiência com o programa, desfez a ampliação de 25%.

Para obter o mesmo resultado que os demais alunos, após desfazer a ampliação, Aldo deve

- a) fazer uma ampliação de 5%
- b) fazer uma redução de 5%
- c) fazer uma ampliação de 10%
- d) fazer uma redução de 10%
- e) deixar a imagem como está.

Comentários:

Primeiramente, vamos calcular o valor que os demais alunos encontraram ao fim das duas operações.

Iremos arbitrar um valor de 100 para a imagem e calcular o valor desta depois de uma ampliação de 25% e uma redução de 20%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,25) \times (1 - 0,2)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,25 \times 0,8 \rightarrow v_{final} = 100$$

Ou seja, **o valor final encontrado é o mesmo que o inicial**.

Como Aldo tinha certa experiência com o programa, desfez a ampliação de 25%. Ou seja, se ele desfez a operação, **o valor inicial em nada mudou**. E os demais alunos com as duas operações **TAMBÉM** encontraram o valor inicial.

Logo, para obter o mesmo resultado que os demais alunos, após desfazer a ampliação, Aldo deve deixar a imagem como está.

Gabarito: Alternativa E

2. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2018) Um artesão vende suas pulseiras com 60% de lucro sobre o seu custo. Normalmente, seus fregueses pedem descontos na hora da compra.

Qual o maior percentual de desconto sobre o preço de venda que ele pode oferecer para não ter prejuízo?

- a) 22,5%
- b) 37,5%
- c) 10%
- d) 40%
- e) 60%

Comentários:

Vamos arbitrar um valor de 100 pra o Preço de Custo da pulseira. Um artesão vende suas pulseiras com 60% de lucro sobre o seu custo. Logo, o artesão vende a pulseira a:

$$v = 100 + \frac{60}{100} \times 100$$

$$v = 100 + 60 \rightarrow \boxed{v = 160}$$

Vamos calcular o valor do desconto que o comerciante pode oferecer para que ele **não sofra prejuízo**, ou seja, neste caso, o Preço de Venda terá de ser igual ao Preço de Custo.

Se você tem um Preço de Custo de R\$ 100 e vende aos mesmos R\$ 100, você ficou na estaca zero, isto é, não obteve nem lucro nem prejuízo.

Então:

$$160 - \frac{i}{100} \times 160 = 100$$

Ou seja, o valor de Venda menos o desconto de $i\%$ em cima do valor de venda terá que ser igual ao Preço de Custo de R\$ 100,00.

$$160 - 1,6i = 100$$

$$160 - 100 = 1,6i$$

$$60 = 1,6i$$

$$i = \frac{60}{1,6} \rightarrow \boxed{i = 37,5\%}$$



Poderíamos fazer direto imaginando o seguinte cenário: o valor inicial de 100 sofreu um aumento de 60% e precisa agora de uma redução de $i\%$ para voltar ao preço inicial de 100 (assim não terá prejuízo).

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 - i_2)$$

$$100 = 100 \times (1 + 0,6) \times (1 - i_2)$$

$$1 = 1,6 \times (1 - i_2)$$

$$\frac{1}{1,6} = (1 - i_2)$$

$$0,625 = 1 - i_2$$

$$i_2 = 1 - 0,625 \rightarrow i_2 = 0,375 \text{ ou } 37,5\%$$

Gabarito: Alternativa **D**

- 3. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2017)** Um feirante sabe que consegue vender seus produtos a preços mais caros, conforme o horário da feira, mas, na última hora, ele deve vender suas frutas pela metade do preço inicial. Inicialmente, ele vende o lote de uma fruta a R\$ 10,00. Passado algum tempo, aumenta em 25% o preço das frutas. Passado mais algum tempo, o novo preço sofreu um aumento de 20%. Na última hora da feira, o lote da fruta custa R\$ 5,00.

O desconto, em reais, que ele deve dar sobre o preço mais alto para atingir o preço da última hora da feira deve ser de

- a) 12,50
- b) 10,0
- c) 7,50
- d) 5,00
- e) 2,50

Comentários:

Inicialmente, o feirante vende o lote de uma fruta a R\$ 10,00. Passado algum tempo, aumenta em 25% o preço das frutas. Passado mais algum tempo, o novo preço sofreu um aumento de 20%.

Vamos utilizar a fórmula de aumentos/descontos sucessivos para calcular o valor final do produto depois dos dois aumentos consecutivos.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2)$$

$$v_{final} = 10 \times (1 + 0,2) \times (1 + 0,25)$$

$$v_{final} = 10 \times 1,2 \times 1,25 \rightarrow v_{final} = 15$$

Ou seja, depois dos 2 aumentos o valor do lote custa 15 reais.

O enunciado nos informa que na última hora da feira, o lote da fruta custa R\$ 5,00.

Ou seja, **ele precisará dar um desconto de 10 reais**, uma vez que o preço estava em 15 reais, conforme calculamos, e agora precisa chegar a 5 reais.

Gabarito: Alternativa **B**

4. (CESGRANRIO / BASA - 2015) Durante o período de três meses, o preço de um determinado produto sofreu três aumentos consecutivos de 8%, dados em regime composto. Em um evento comercial, foi dado um desconto único sobre o preço obtido ao final dos três aumentos, de modo que o mesmo fosse reduzido ao preço que o produto possuía antes dos três aumentos.

O desconto único dado sobre o preço do produto foi mais próximo de

- a) 24%
- b) 76%
- c) 20%
- d) 14%
- e) 51%

Comentários:



Vamos resolver imaginando o seguinte cenário: o valor inicial arbitrado de 100 sofreu três aumentos consecutivos de 8% e precisa agora de uma redução de $i\%$ para voltar ao preço inicial de 100 (preço que o produto possuía antes dos três aumentos).

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 + i_3) \times (1 - i_4)$$

Observe que o sinal **positivo** se refere, conforme estudamos, ao aumento percentual, enquanto que o sinal **negativo**, ao desconto percentual.

Substituindo os valores e calculando o desconto único i_4 dado teremos:

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 + i_3) \times (1 - i_4)$$

$$100 = 100 \times (1 + 0,08) \times (1 + 0,08) \times (1 + 0,08) \times (1 - i_4)$$

$$1 = 1,08 \times 1,08 \times 1,08 \times (1 - i_4)$$

$$1 = 1,26 \times (1 - i_4)$$

$$\frac{1}{1,26} = (1 - i_4)$$

$$0,794 = 1 - i_4$$

$$i_4 = 1 - 0,794 \rightarrow i_4 = 0,206 \text{ ou } 20,6\%$$

Gabarito: Alternativa **C**

QUESTÕES COMENTADAS – CESGRANRIO

Variação Percentual

1. (CESGRANRIO / BASA - 2022) Em outubro de 2021, segundo dados do Banco Central, os saques nas cadernetas de poupança superaram os depósitos em cerca de R\$7,4 bilhões. Foram R\$278 bilhões em depósitos e R\$285,4 bilhões em saques, aproximadamente, no período.

Tomando-se como base o valor total dos depósitos, a diferença percentual entre os totais de retirada e de depósitos, no mês de outubro de 2021,

- a) foi de menos de 2%.
- b) ficou entre 2% e 8%.
- c) ficou entre 8% e 14%.
- d) ficou entre 14% e 20%.
- e) foi superior a 20%.

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula da variação percentual e tomando como base o valor total dos depósitos, iremos calcular a diferença percentual entre os totais de retirada e de depósitos

$$\Delta\% = \frac{v_{\text{retirada}} - v_{\text{depósitos}}}{v_{\text{depósitos}}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{285,4 - 278}{278} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{7,4}{278} \times 100$$

$$\Delta\% = 0,026 \times 100 \rightarrow \Delta\% = 2,6\%$$

Gabarito: Alternativa **B**

2. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Certo chocolate era vendido em embalagens de 150 g. A empresa mudou a embalagem e passou a vendê-la com apenas 120 g de chocolate.

Qual foi a redução percentual na quantidade de chocolate?

- a) 20%
- b) 30%
- c) 40%
- d) 60%
- e) 80%

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula da Variação Percentual:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{120 - 150}{150} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{-30}{150} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{-300}{15} \rightarrow \Delta\% = -20\%$$

Você poderia também, fazer por uma regra de três simples. 150 equivalem a 100%. 120 equivalerá a $x\%$.

Peso	Porcentagem
150	100%
120	$x\%$

Multiplicando cruzado:

$$150 \times x = 120 \times 100$$

$$x = \frac{12.000}{150} \rightarrow x = 80\%$$

Cuidado para não marcar a Alternativa E. Observe como é bom decorar a fórmula da Variação Percentual. Na fórmula já sai a variação automaticamente.

Na regra de três feita acima, 120g equivalem a 80% do que era. A banca quer saber a variação. Será o total de 100% menos o quanto está agora 80%.

Logo, a variação será:

$$\Delta\% = -20\%$$

Gabarito: Alternativa A

3. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) A Tabela abaixo apresenta o relatório sintetizado, com a discriminação das despesas de uma empresa nos anos de 2012 e 2013. Considere que a última linha da Tabela expressa o total das despesas, em cada ano.

Despesas por natureza	2013	2012
Despesas com pessoal	(346.154)	(314.742)
Depreciação e amortização	(69.592)	(63.000)
Serviços de fretes, aluguéis	(267.996)	(240.825)
Materiais aplicados no engarrafamento e requalificação	(21.245)	(23.473)
Publicidade e propaganda	(13.675)	(10.112)
Outros	(76.986)	(78.318)
	(795.648)	(730.470)

Disponível em: <https://www.liquigas.com.br/wps/wcm/connect/db53a880443c0a4d8711ef8691413afc/orcamento_investimento.pdf?MOD=AJPERES&CACHEID=ROOTWORKSPACE-db53a880443c0a4d8711ef8691413afc-kpHXXCY>. Acesso em: 8 abr. 2018. Adaptado.

O valor mais próximo do aumento percentual das despesas totais em 2013, na comparação com 2012, é igual a

- a) 8,9%
- b) 9,1%
- c) 9,3%
- d) 9,5%
- e) 9,7%

Comentários:

Vamos utilizar a fórmula da variação percentual e calcular o valor mais próximo do aumento percentual das despesas totais em 2013, na comparação com 2012.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{v_{2013} - v_{2012}}{v_{2012}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{795.648 - 730.470}{730.470} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{65.178}{730.470} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{651.780}{73.047} \rightarrow \Delta\% \cong 8,92\%$$

Gabarito: Alternativa **A**

4. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2018) Uma das medidas mais usadas em Administração Financeira é o Retorno sobre o Patrimônio Líquido (ROE), que é o quociente entre o lucro líquido e o patrimônio líquido.

Assim, se de um ano para o seguinte, o patrimônio líquido de uma empresa crescer 5%, e o seu lucro líquido aumentar 15,5%, o ROE dessa empresa terá um aumento percentual de

- a) 3,1%
- b) 5,5%
- c) 10,0%
- d) 10,5%
- e) 15,0%

Comentários:

A banca informa que o Retorno sobre o Patrimônio Líquido (ROE) é o quociente entre o lucro líquido e o patrimônio líquido.

$$ROE = \frac{LL}{PL}$$

Vamos **arbitrar um valor de 100 tanto para o LL quanto para o PL**. Isso nos dará um ROE inicial de:

$$ROE_{inicial} = \frac{100}{100} \rightarrow ROE_{inicial} = 1$$



O patrimônio líquido cresceu 5%:

$$PL = 100 + \frac{5}{100} \times 100 \rightarrow PL = 105$$

✚ O lucro líquido aumentou 15,5%:

$$LL = 100 + \frac{15,5}{100} \rightarrow \boxed{LL = 115,5}$$

Sendo assim, o ROE final, após os aumentos percentuais, será:

$$ROE_{final} = \frac{115,5}{105} \rightarrow \boxed{ROE_{final} = 1,1}$$

Então, o ROE da empresa saiu de 1 para 1,1. Isto é, obteve um aumento de 10%.

Poderíamos constatar este resultando (também) pela forma da variação percentual.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{ROE_{final} - ROE_{inicial}}{ROE_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{1,1 - 1}{1} \times 100$$

$$\Delta\% = 0,1 \times 100 \rightarrow \boxed{\Delta\% = 10\%}$$

Gabarito: Alternativa C

5. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Um bar reajustou o preço de vários produtos. Pode-se ver, nas Figuras a seguir, como variou o preço do cafezinho, nos meses de maio e junho deste ano.

MAIO	JUNHO
CAFEZINHO	CAFEZINHO
R\$ 2,50	R\$ 3,00

O reajuste no preço do cafezinho, mostrado acima, corresponde a um aumento de:

- a) 0,5%
- b) 20%

- c) 25%
- d) 30%
- e) 50%

Comentários:

Aplicando diretamente a fórmula da variação percentual:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{3 - 2,5}{2,5} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{0,5}{2,5} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{50}{2,5} \rightarrow \Delta\% = \mathbf{20\%}$$

Gabarito: Alternativa **B**

6. (CESGRANRIO / BB - 2010) Um investidor aplicou certa quantia em um fundo de ações.

Nesse fundo, $\frac{1}{3}$ das ações eram da empresa A, $\frac{1}{2}$ eram da empresa B e as restantes, da empresa C. Em um ano, o valor das ações da empresa A aumentou 20%, o das ações da empresa B diminuiu 30% e o das ações da empresa C aumentou 17%. Em relação à quantia total aplicada, ao final desse ano, este investidor obteve

- a) lucro de 10,3%.
- b) lucro de 7,0%.
- c) prejuízo de 5,5%.
- d) prejuízo de 12,4%.
- e) prejuízo de 16,5%.

Comentários:

Vamos arbitrar um valor inicial de 300 para a quantidade de ações a fim de facilitar nossas contas.

$$T = 300$$



$\frac{1}{3}$ das ações eram da empresa A.

$$A = \frac{1}{3} \times 300 \rightarrow \boxed{A = 100}$$

 1/2 eram da empresa B

$$B = \frac{1}{2} \times 300 \rightarrow \boxed{B = 150}$$

 As ações restantes são da empresa C.

Temos um total arbitrado de 300 ações. 120 são de A e 150 são de B. O restante C será igual a:

$$C = 300 - 100 - 150 \rightarrow \boxed{C = 50}$$

O valor das ações da empresa A **aumentou** 20%.

$$A' = 100 + \frac{20}{100} \times 100$$

$$A' = 100 + 20 \rightarrow \boxed{A' = 120}$$

O valor das ações da empresa B **diminuiu** 30%.

$$B' = 150 - \frac{30}{100} \times 150$$

$$B' = 150 - 45 \rightarrow \boxed{B' = 105}$$

O valor das ações da empresa C **aumentou** 17%.

$$C' = 50 + \frac{17}{100} \times 50$$

$$C' = 50 + 8,5 \rightarrow \boxed{C' = 58,5}$$

Sendo assim, o valor total T' das ações após os aumentos/descontos será:

$$T' = A' + B' + C'$$

$$T' = 120 + 105 + 58,5 \rightarrow \boxed{T' = 283,5}$$

Por fim, vamos calcular a variação percentual do total das ações.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{T' - T}{T} \times 100$$

Observe que o valor inicial arbitramos em T e o valor final T' calculamos. Substituindo os valores e calculando a variação percentual teremos:

$$\Delta\% = \frac{283,5 - 300}{300} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{-16,5}{3} \rightarrow \Delta\% = -5,5\%$$

Ou seja, em relação à quantia total aplicada, ao final desse ano, este investidor **obteve um prejuízo de 5,5%.**

Gabarito: Alternativa **C**

QUESTÕES COMENTADAS – CESGRANRIO

Variação Acumulada

1. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2018) O preço de um determinado produto sofreu exatamente três reajustes sucessivos, um em cada mês do último trimestre de 2017. O Quadro a seguir mostra a variação percentual do preço em cada mês, na comparação com o mês imediatamente anterior.

Outubro	Novembro	Dezembro
4%	5%	10%

Assim, o aumento percentual acumulado do preço desse produto nesse último trimestre de 2017 pertence ao intervalo:

- a) 19,00% a 19,49%
- b) 19,50% a 19,99%
- c) 20,00% a 20,49%
- d) 20,50% a 20,99%
- e) 21,00% a 21,49%

Comentários:

Vamos aplicar a fórmula da variação acumulada:

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3) \times \dots \times (1 \pm i_n)$$

Como temos três períodos, ficamos com:

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3)$$

Substituindo os valores e calculando o **aumento acumulado** teremos:

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = (1 + 0,04) \times (1 + 0,05) \times (1 + 0,1)$$

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = 1,04 \times 1,05 \times 1,1$$

$$1 + i_{\text{acumulada}} = 1,2012$$

$$i_{\text{acumulada}} = 1,2012 - 1 \rightarrow i_{\text{acumulada}} = 0,2012 \text{ ou } 20,12\%$$

Assim, o aumento percentual acumulado do preço desse produto nesse último trimestre de 2017 pertence ao intervalo: 20,00% a 20,49%.

Gabarito: Alternativa C

2. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2018) Uma empresa executou um plano de redução progressiva do preço de seu principal produto, ao longo do segundo semestre de 2017. Sempre em regime de incidência composta, o preço sofreu seis reduções, das quais três delas foram de 20% cada, e as três restantes foram de 10% cada.

A redução de preço acumulada no semestre é mais próxima de

- a) 85%
- b) 80%
- c) 68%
- d) 63%
- e) 58%

Comentários:

Vamos aplicar a fórmula da variação acumulada:

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3) \times \dots \times (1 \pm i_n)$$

Como temos seis períodos, ficamos com:

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3) \times (1 \pm i_4) \times (1 \pm i_5) \times (1 \pm i_6)$$

Substituindo os valores:

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = (1 - 0,2) \times (1 - 0,2) \times (1 - 0,2) \times (1 - 0,1) \times (1 - 0,1) \times (1 - 0,1)$$

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = 0,8 \times 0,8 \times 0,8 \times 0,9 \times 0,9 \times 0,9$$

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = 0,8^3 \times 0,9^3$$

$$1 + i_{\text{acumulada}} = 0,512 \times 0,729$$

$$1 + i_{\text{acumulada}} \cong 0,37$$

$$i_{\text{acumulada}} \cong 0,37 - 1 \rightarrow i_{\text{acumulada}} \cong -0,63 \text{ ou } -63\%$$

Gabarito: Alternativa **D**

3. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2018) Uma determinada empresa vem adotando uma política de reajustes de preços, de modo que o preço de seu principal produto sofreu um reajuste de 10% em Set/2017. Em outubro do mesmo ano, o produto sofreu novo reajuste, agora de 5% sobre o valor do mês anterior e, um mês depois, um terceiro reajuste de 6% foi aplicado sobre o preço de outubro, de modo que os três reajustes foram sucessivos.

O valor mais próximo da variação percentual acumulada nesse período, considerando exatamente os três reajustes apresentados, é

- a) 21,0%
- b) 21,5%
- c) 22,4%
- d) 22,8%
- e) 23,2%

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula da variação acumulada:

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3) \times \dots \times (1 \pm i_n)$$

Como temos três períodos ficamos com:

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3)$$

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = (1 + 0,1) \times (1 + 0,05) \times (1 + 0,06)$$

Observe que os três ajustes são “aumentos percentuais”. Logo, o sinal na fórmula é positivo (+).

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = 1,1 \times 1,05 \times 1,06$$

$$1 + i_{\text{acumulada}} = 1,2243$$

$$i_{\text{acumulada}} = 1,2243 - 1 \rightarrow i_{\text{acumulada}} = 0,2243 \text{ ou } 22,43\%$$

Gabarito: Alternativa **D**

LISTA DE QUESTÕES – CESGRANRIO

Cálculo da Porcentagem de um Número

1. (CESGRANRIO / BB - 2018) Uma empresa cria uma campanha que consiste no sorteio de cupons premiados. O sorteio será realizado em duas etapas. Primeiramente, o cliente lança uma moeda honesta:

se o resultado for “cara”, o cliente seleciona, aleatoriamente, um cupom da urna 1;

se o resultado for “coroa”, o cliente seleciona, aleatoriamente, um cupom da urna 2.

Sabe-se que 30% dos cupons da urna 1 são premiados, e que 40% de todos os cupons são premiados.

Antes de começar o sorteio, a proporção de cupons premiados na urna 2 é de

- a) 50%
- b) 25%
- c) 5%
- d) 10%
- e) 15%

2. (CESGRANRIO / BB - 2015) Amanda e Belinha são amigas e possuem assinaturas de TV a cabo de empresas diferentes. A empresa de TV a cabo de Amanda dá descontos de 25% na compra dos ingressos de cinema de um shopping. A empresa de TV a cabo de Belinha dá desconto de 30% na compra de ingressos do mesmo cinema. O preço do ingresso de cinema, sem desconto, é de R\$ 20,00. Em um passeio em família, Amanda compra 4 ingressos, e Belinha compra 5 ingressos de cinema no shopping, ambas utilizando-se dos descontos oferecidos por suas respectivas empresas de TV a cabo.

Quantos reais Belinha gasta a mais que Amanda na compra dos ingressos?

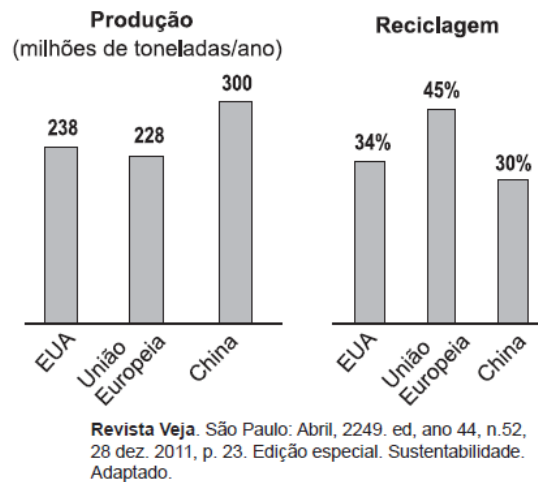
- a) 10
- b) 15
- c) 20
- d) 25
- e) 30

3. (CESGRANRIO / BB - 2013) Numa empresa, todos os seus clientes aderiram a apenas um dos seus dois planos, Alfa ou Beta. O total de clientes é de 1.260, dos quais apenas 15% são do Plano Beta. Se x clientes do plano Beta deixarem a empresa, apenas 10% dos clientes que nela permanecerem estarão no plano Beta.

O valor de x é um múltiplo de

- a) 3
- b) 8
- c) 13
- d) 11
- e) 10

4. (CESGRANRIO / BB - 2011) Os gráficos abaixo apresentam dados sobre a produção e a reciclagem de lixo em algumas regiões do planeta.



Baseando-se nos dados apresentados, qual é, em milhões de toneladas, a diferença entre as quantidades de lixo recicladas na China e nos EUA em um ano?

- a) 9,08
- b) 10,92
- c) 12,60
- d) 21,68
- e) 24,80

5. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) A mensalidade da faculdade de Rafael custa R\$ 1.560,00.

Entretanto, efetuando o pagamento até a data do vencimento, Rafael tem direito a 15% de desconto. O valor da mensalidade da faculdade de Rafael, quando paga até a data de vencimento, é

- a) R\$ 234,00
- b) R\$ 780,00
- c) R\$ 1.092,00
- d) R\$ 1.326,00
- e) R\$ 1.334,00

6. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Na instalação de um botijão de gás, deve-se utilizar uma mangueira de PVC apropriada, cujo comprimento deve ser de, no mínimo, 80 cm e, no máximo, 125 cm. Uma pessoa utilizou uma mangueira cujo comprimento é 20% maior do que o comprimento mínimo indicado.

Qual o comprimento da mangueira utilizada?

- a) 86 cm
- b) 96 cm
- c) 100 cm
- d) 116 cm
- e) 150 cm

7. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Marcelo devia certa quantia a Pedro e prometeu que pagaria a dívida no dia 10 de maio. No dia combinado, Marcelo levou apenas R\$ 120,00. Esse valor correspondia a somente 40% de sua dívida, e ele prometeu quitar, no último dia do mesmo mês, o valor restante.

Quanto Marcelo deverá dar a Pedro em 31 de maio?

- a) R\$ 360,00
- b) R\$ 300,00
- c) R\$ 280,00
- d) R\$ 180,00
- e) R\$ 160,00

8. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Após receber um desconto de 20%, o preço de um produto passou a ser igual a R\$ 72,00.

Se o desconto dado tivesse sido de 30%, então o preço do produto passaria a ser igual a

- a) R\$ 48,00
- b) R\$ 62,00
- c) R\$ 108,00
- d) R\$ 82,00
- e) R\$ 63,00

9. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Um jogador de futebol profissional treina cobrança de pênaltis após o treino coletivo, visando a alcançar uma meta de 96% de aproveitamento. Ele cobrou 20 penalidades com aproveitamento de 95%.

Quantos pênaltis deve cobrar ainda, no mínimo, para que atinja exatamente a meta desejada?

- a) 1
- b) 3
- c) 4
- d) 5
- e) 10

10. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Os estagiários de uma empresa combinaram fazer uma salada de frutas para seu lanche. A salada de frutas foi feita apenas com frutas de que todos gostam, o que levou à decisão de usarem apenas maçã, laranja e banana. No dia combinado, 20% dos estagiários levaram maçãs, 35% dos estagiários levaram laranjas e os 9 estagiários restantes levaram bananas.

Se todos levaram apenas um tipo de fruta, quantos estagiários há na empresa?

- a) 18
- b) 20
- c) 35
- d) 40
- e) 45

11. (CESGRANRIO / BASA - 2018) Para que seja possível administrar as vendas de uma empresa, é necessário estimar a demanda do mercado. Considere que uma cidade tenha 300.000 habitantes que consomem dois sabonetes por mês e que a participação da empresa X no mercado de sabonetes é de 30%. A demanda mensal por sabonetes da empresa X é de

- a) 60.000 unidades
- b) 90.000 unidades
- c) 120.000 unidades
- d) 180.000 unidades
- e) 240.000 unidades

12. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Um tanque contém 4.000 litros de combustível, dos quais 24% são de álcool e 76% de gasolina. Um determinado volume de gasolina foi adicionado ao tanque, de modo que o combustível resultante ficou com 20% de álcool.

Quantos litros de gasolina foram despejados no tanque, para produzir essa alteração percentual?

- a) 800
- b) 820
- c) 900
- d) 960
- e) 980

13. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Em um armazém, há somente dois tipos de botijões, em um total de 10.000 botijões dos quais 99% são do tipo A, e os restantes, do tipo B.

Após uma manobra, os operadores retiraram uma determinada quantidade de botijões do tipo A, e nenhum do tipo B, de modo que 98% do total de botijões que ficaram no armazém são do tipo A.

A quantidade de botijões do tipo A que fica no armazém após essa operação é igual a

- a) 100
- b) 200
- c) 490
- d) 4.900
- e) 5.000

14. (CESGRANRIO / BNDES - 2011) Em uma urna, há um grande número de fichas de quatro tipos: quadradas brancas, quadradas vermelhas, redondas brancas e redondas vermelhas. Sabe-se que:

70% de todas as fichas são brancas.

25% das fichas quadradas são vermelhas.

60% das fichas vermelhas são redondas.

A porcentagem de fichas redondas e brancas nessa urna é de

- a) 26%
- b) 30%
- c) 34%
- d) 38%
- e) 42%

GABARITO

1. A
2. A
3. E
4. A
5. D
6. B
7. D
8. E
9. D
10. B
11. D
12. A
13. E
14. C

LISTA DE QUESTÕES – CESGRANRIO

Transformação de uma Fração Ordinária em Taxa Percentual

1. (CESGRANRIO / BB - 2018) O dono de uma loja deu um desconto de 20% sobre o preço de venda (preço original) de um de seus produtos e, ainda assim, obteve um lucro de 4% sobre o preço de custo desse produto.

Se vendesse pelo preço original, qual seria o lucro obtido sobre o preço de custo?

- a) 40%
- b) 30%
- c) 10%
- d) 20%
- e) 25%

2. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Num laboratório de testes de combustível, uma mistura de X gramas a y% de álcool significa que y% dos X gramas da mistura é de álcool, e o restante, de gasolina. Um engenheiro está trabalhando com 3 misturas:

- Mistura A: 40g a 10% de álcool
- Mistura B: 50g a 20% de álcool
- Mistura C: 50g a 30% de álcool

Usando porções dessas misturas, ele elabora uma mistura de 60g a 25% de álcool, e o restante das misturas ele junta em um frasco.

A taxa percentual de álcool da mistura formada no frasco onde ele despejou os restos é de

- a) 16,5%
- b) 17,5%
- c) 18%
- d) 22,5%
- e) 25%

GABARITO

1. B
2. B

LISTA DE QUESTÕES – CESGRANRIO

Aumentos e Descontos Percentuais

1. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Num curso de utilização de um software que edita imagens, todos os alunos abrem uma mesma imagem, e o professor pede que apliquem uma ampliação de 25% como primeiro exercício. Como o resultado não foi o satisfatório, o professor pediu que todos aplicassem uma redução de 20% na imagem ampliada. Como Aldo tinha certa experiência com o programa, desfez a ampliação de 25%.

Para obter o mesmo resultado que os demais alunos, após desfazer a ampliação, Aldo deve

- a) fazer uma ampliação de 5%
- b) fazer uma redução de 5%
- c) fazer uma ampliação de 10%
- d) fazer uma redução de 10%
- e) deixar a imagem como está.

2. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2018) Um artesão vende suas pulseiras com 60% de lucro sobre o seu custo. Normalmente, seus fregueses pedem descontos na hora da compra.

Qual o maior percentual de desconto sobre o preço de venda que ele pode oferecer para não ter prejuízo?

- a) 22,5%
- b) 37,5%
- c) 10%
- d) 40%
- e) 60%

3. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2017) Um feirante sabe que consegue vender seus produtos a preços mais caros, conforme o horário da feira, mas, na última hora, ele deve vender suas frutas pela metade do preço inicial. Inicialmente, ele vende o lote de uma fruta a R\$ 10,00. Passado algum tempo, aumenta em 25% o preço das frutas. Passado mais algum tempo, o novo preço sofreu um aumento de 20%. Na última hora da feira, o lote da fruta custa R\$ 5,00.

O desconto, em reais, que ele deve dar sobre o preço mais alto para atingir o preço da última hora da feira deve ser de

- a) 12,50
- b) 10,0
- c) 7,50
- d) 5,00
- e) 2,50

4. (CESGRANRIO / BASA - 2015) Durante o período de três meses, o preço de um determinado produto sofreu três aumentos consecutivos de 8%, dados em regime composto. Em um evento comercial, foi dado um desconto único sobre o preço obtido ao final dos três aumentos, de modo que o mesmo fosse reduzido ao preço que o produto possuía antes dos três aumentos.

O desconto único dado sobre o preço do produto foi mais próximo de

- a) 24%
- b) 76%
- c) 20%
- d) 14%
- e) 51%

GABARITO

1. E
2. D
3. B
4. C

LISTA DE QUESTÕES – CESGRANRIO

Variação Percentual

1. (CESGRANRIO / BASA - 2022) Em outubro de 2021, segundo dados do Banco Central, os saques nas cadernetas de poupança superaram os depósitos em cerca de R\$7,4 bilhões. Foram R\$278 bilhões em depósitos e R\$285,4 bilhões em saques, aproximadamente, no período.

Tomando-se como base o valor total dos depósitos, a diferença percentual entre os totais de retirada e de depósitos, no mês de outubro de 2021,

- a) foi de menos de 2%.
- b) ficou entre 2% e 8%.
- c) ficou entre 8% e 14%.
- d) ficou entre 14% e 20%.
- e) foi superior a 20%.

2. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Certo chocolate era vendido em embalagens de 150 g. A empresa mudou a embalagem e passou a vendê-la com apenas 120 g de chocolate.

Qual foi a redução percentual na quantidade de chocolate?

- a) 20%
- b) 30%
- c) 40%
- d) 60%
- e) 80%

3. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) A Tabela abaixo apresenta o relatório sintetizado, com a discriminação das despesas de uma empresa nos anos de 2012 e 2013. Considere que a última linha da Tabela expressa o total das despesas, em cada ano.

Despesas por natureza	2013	2012
Despesas com pessoal	(346.154)	(314.742)
Depreciação e amortização	(69.592)	(63.000)
Serviços de fretes, aluguéis	(267.996)	(240.825)
Materiais aplicados no engarrafamento e requalificação	(21.245)	(23.473)
Publicidade e propaganda	(13.675)	(10.112)
Outros	(76.986)	(78.318)
	(795.648)	(730.470)

Disponível em: <https://www.liquigas.com.br/wps/wcm/connect/db53a880443c0a4d8711ef8691413afc/orcamento_investimento.pdf?MOD=AJPERES&CACHEID=ROOTWORKSPACE-db53a880443c0a4d8711ef8691413afc-kpHXXCY>. Acesso em: 8 abr. 2018.
Adaptado.

O valor mais próximo do aumento percentual das despesas totais em 2013, na comparação com 2012, é igual a

- a) 8,9%
- b) 9,1%
- c) 9,3%
- d) 9,5%
- e) 9,7%

4. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2018) Uma das medidas mais usadas em Administração Financeira é o Retorno sobre o Patrimônio Líquido (ROE), que é o quociente entre o lucro líquido e o patrimônio líquido.

Assim, se de um ano para o seguinte, o patrimônio líquido de uma empresa crescer 5%, e o seu lucro líquido aumentar 15,5%, o ROE dessa empresa terá um aumento percentual de

- a) 3,1%
- b) 5,5%
- c) 10,0%
- d) 10,5%
- e) 15,0%

5. (CESGRANRIO / LIQUIGAS - 2018) Um bar reajustou o preço de vários produtos. Pode-se ver, nas Figuras a seguir, como variou o preço do cafezinho, nos meses de maio e junho deste ano.

MAIO	JUNHO
CAFEZINHO	CAFEZINHO
<i>R\$ 2,50</i>	<i>R\$ 3,00</i>

O reajuste no preço do cafezinho, mostrado acima, corresponde a um aumento de:

- a) 0,5%
- b) 20%
- c) 25%
- d) 30%
- e) 50%

6. (CESGRANRIO / BB - 2010) Um investidor aplicou certa quantia em um fundo de ações.

Nesse fundo, $\frac{1}{3}$ das ações eram da empresa A, $\frac{1}{2}$ eram da empresa B e as restantes, da empresa C. Em um ano, o valor das ações da empresa A aumentou 20%, o das ações da empresa B diminuiu 30% e o das ações da empresa C aumentou 17%. Em relação à quantia total aplicada, ao final desse ano, este investidor obteve

- a) lucro de 10,3%.
- b) lucro de 7,0%.
- c) prejuízo de 5,5%.
- d) prejuízo de 12,4%.
- e) prejuízo de 16,5%.

GABARITO

1. B
2. A
3. A
4. C
5. B
6. C

LISTA DE QUESTÕES – CESGRANRIO

Variação Acumulada

1. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2018) O preço de um determinado produto sofreu exatamente três reajustes sucessivos, um em cada mês do último trimestre de 2017. O Quadro a seguir mostra a variação percentual do preço em cada mês, na comparação com o mês imediatamente anterior.

Outubro	Novembro	Dezembro
4%	5%	10%

Assim, o aumento percentual acumulado do preço desse produto nesse último trimestre de 2017 pertence ao intervalo:

- a) 19,00% a 19,49%
- b) 19,50% a 19,99%
- c) 20,00% a 20,49%
- d) 20,50% a 20,99%
- e) 21,00% a 21,49%

2. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2018) Uma empresa executou um plano de redução progressiva do preço de seu principal produto, ao longo do segundo semestre de 2017. Sempre em regime de incidência composta, o preço sofreu seis reduções, das quais três delas foram de 20% cada, e as três restantes foram de 10% cada.

A redução de preço acumulada no semestre é mais próxima de

- a) 85%
- b) 80%
- c) 68%
- d) 63%
- e) 58%

3. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2018) Uma determinada empresa vem adotando uma política de reajustes de preços, de modo que o preço de seu principal produto sofreu um reajuste de 10% em Set/2017. Em outubro do mesmo ano, o produto sofreu novo reajuste, agora de 5% sobre o

valor do mês anterior e, um mês depois, um terceiro reajuste de 6% foi aplicado sobre o preço de outubro, de modo que os três reajustes foram sucessivos.

O valor mais próximo da variação percentual acumulada nesse período, considerando exatamente os três reajustes apresentados, é

- a) 21,0%
- b) 21,5%
- c) 22,4%
- d) 22,8%
- e) 23,2%

GABARITO

1. C
2. D
3. D

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.